

1- Estados de espín en un Espectrómetro por Resonancia Magnética Nuclear (RMN)

a) Actualmente, algunos centros de investigación y pocos centros de salud en el mundo, cuentan con el nuevo scanner clínico de Imágenes por Resonancia Magnética (MRI) Nuclear con campo magnético externo de $7T$, mientras que los scanner clínicos típicos en Hospitales son de $1.5T$ y $3T$.

(i) Si los núcleos de interés son protones a temperatura ambiente ¿Cómo es la dependencia funcional con el campo externo B_0 del cociente entre el número de espines anti-paralelos (n_{\downarrow}) y paralelos (n_{\uparrow})? Recordar que

$\frac{n_{\downarrow}}{n_{\uparrow}} = e^{-\frac{\gamma \hbar B_0}{k_B T}}$ y considerar la magnitud del argumento.

(ii) Teniendo en cuenta que la señal detectada es la diferencia entre n_{\uparrow} y n_{\downarrow} ¿Cuál es el porcentaje de espines nucleares que puede ser detectarse con los equipamientos clínicos ($B_0 = 1.5T, 3T$ y $7T$)? ¿Cómo cambia el porcentaje si los núcleos de interés son ^{13}C (carbono-13) en vez de protones? ¿Por qué usualmente las imágenes clínicas se basan en la detección de los protones?

b) Las opciones para incrementar la magnetización neta detectable son: disminuir la temperatura y/o aumentar el campo magnético.

(i) Para los protones, a temperaturas de que orden se puede obtener una proporción $2n_{\downarrow} \approx n_{\uparrow}$ si $B_0 = 7T$?

(ii) Para los protones, qué magnitud de campo es necesaria para lograr esto a temperatura ambiente?

(iii) Considere si son o no viables en la clínica estas alternativas? Justifique.

2. Magnitud del campo magnético de Radio Frecuencia (RF), frecuencia de Larmor y efectos fuera de resonancia

a) ¿Cuál es la frecuencia de Larmor ω_0 del protón (en MHz) para campos $B_0 = 1.5T, 3T$ y $7T$.

b) En un experimento típico de imágenes por RMN de protones, la duración de un pulso de $\theta = \frac{\pi}{2}$ de RF es $1ms$. De que orden de magnitud es el campo de RF B_1 comparado con un valor típico de B_0 ?

c) Si $B_0 = 1.5T$ y un pulso de RF con la amplitud B_1 calculada en **b)**, es aplicado con una frecuencia que se aparta por $5kHz$ de la frecuencia de resonancia (es decir, de la frecuencia de Larmor ω_0),

(i) ¿Cuál es el campo efectivo \vec{B}_{eff} ? ($\vec{B}_{eff} = (B_0 - \frac{\omega_1}{\gamma})\hat{z} + B_1\hat{x}$) Que ángulo rotará el vector de magnetización luego de un pulso de RF con una duración de $1ms$?

(ii) Es una rotación de $\frac{\pi}{2}$ como en **b)**?

3- Relajación longitudinal

a) En un experimento de RMN se invierte la magnetización de equilibrio M_0 implementando un Pulso de RF de ángulo $\theta = \pi$. A partir de la ecuación de Bloch,

$$\frac{dM_z(t)}{dt} = -\frac{(M_z(t) - M_0)}{T_1}$$

determinar como varía la magnetización con el tiempo $M_z(t)$ hasta alcanzar su estado de equilibrio.

- b)** ¿Cuánto tiempo se necesita para recuperar el 85% de la magnetización inicial M_0 siendo el tiempo de relajación longitudinal $T_1 = 1 [s]$ seg?
- c)** Grafique cualitativamente la magnetización longitudinal $M_z(t)$ luego de haberse aplicado el pulso de RF en resonancia de $\theta = \pi$, siendo M_0 la magnetización inicial.
- d)** Cómo podría inferir el tiempo de relajación longitudinal T_1 en un experimento?
- e)** Grafique cualitativamente $M_z(t)$ de muestras con diferente tiempo de relajación longitudinal, $T_1^>$ y $T_1^<$, siendo $T_1^> > T_1^<$.
- f)** A que tiempo conviene medir la señal de magnetización para obtener el máximo contraste, es decir la máxima diferencia entre las dos señales de las diferentes muestras? Haga un análisis diferencial suponiendo T_1 similares.

4- Relajación transversal

- a)** Grafique cualitativamente la magnetización transversal $M_{xy}(t)$ en función del tiempo luego de aplicar un pulso de RF en resonancia de $\theta = \frac{\pi}{2}$, suponiendo un campo externo homogéneo.

$$M_{xy}(t) = M_0 e^{-\frac{t}{T_2}}$$

- b)** Cómo podría inferir en el experimento el tiempo de relajación transversal T_2 ?
- c)** Grafique cualitativamente $M_{xy}(t)$ de muestras con diferente $T_2^>$ y $T_2^<$, siendo $T_2^> > T_2^<$.
- d)** A que tiempo conviene medir $M_{xy}(t)$ para obtener el máximo contraste entre las muestras? Haga un análisis diferencial suponiendo T_2 similares.

Información que puede ser útil

$$\frac{n_{\downarrow}}{n_{\uparrow}} = e^{-\frac{\gamma \hbar B_0}{k_B T}}$$

$$\frac{\gamma_{proton} \hbar}{k_B} \approx 2 \times 10^{-3} \left[\frac{rad \ K}{T} \right], \quad \frac{\gamma_{proton} \hbar}{k_B T_{amb}} \approx 7 \times 10^{-6} \left[\frac{rad}{T} \right]$$

$$\gamma_{proton} = 2\pi \cdot 43 \times 10^6 \left[\frac{rad}{s \cdot T} \right], \quad \gamma_{^{13}C} \approx \frac{1}{4} \gamma_{proton}$$

$$T_{ambiente} \approx 300 [K], \quad k_B = 1.38 \times 10^{-23} \left[\frac{J}{K} \right], \quad \hbar = 1.054 \times 10^{-34} [J \cdot s]$$

$$1 [Hz] = 10^{-6} [MHz] = 2\pi \left[\frac{rad}{s} \right]$$